Nichtlineare Analyse von Verbundelementen auf der Grundlage von Energieprinzipien unter Anwendung der mathematischen Optimierung

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der
Fakultät Bauingenieurwesen
der Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Hendrik Schröter
geboren am 20.10.1979
in Rudolstadt

Mentor:	Prof. Dr.-Ing. habil. Erich Raue
Koreferenten:	Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Werner
	Prof. Dr.-Ing. Steffen Marx

Tag der Disputation: 07. Januar 2014

Impressum

Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Heft 025
Herausgeber

Satz und Gestaltung: Hendrik Schröter
Druck: Schätzl-Druck
ISBN: 978-3-95773-164-7

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografischen Daten sind über http://d-nb.de abrufbar.

Bauhaus-Universitätsverlag Weimar als Imprint von VDG-Weimar 2014

Kurzreferat

Die *Energiemethode mit integraler Beschreibung des Materialverhaltens* (EIM) ist eine alternative Berechnungsmethode auf der Grundlage einer kinematischen Formulierung nach dem Prinzip vom Minimum des Gesamtpotentials von LAGRANGE. Das entsprechende Extremalproblem wird mit Methoden der Diskretisierung in eine nichtlineare Optimierungsaufgabe überführt.

Die Anwendung der EIM zur nichtlinearen Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbeton-, Spannbeton-, Verbundquerschnitten und Verbundelementen steht im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit. Dafür werden vorhandene Modelle aufgegriffen und gezielt weiterentwickelt, so dass geometrische und physikalische Nichtlinearitäten, zeitabhängiges Materialverhalten, nachgiebige Verbund- und Lagerungsbedingungen sowie Querschnitts- und Systemänderungen, die sich u.a. aus Bauzuständen ergeben, erfasst werden können.

Auf Querschnittsebene werden zur realitätsnahen Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens von Verbundquerschnitten multilineare und nichtlineare Spannungs-Dehnungslinien genutzt, wobei die Erfassung des Betonzugtragverhaltens sowie des Langzeittragverhaltens von Beton und Spannstahl von besonderem Interesse sind.

Einen Schwerpunkt der Arbeit bildet die Erweiterung der für die Querschnittsberechnung hergeleiteten Modelle, um die Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens von Balkentragwerken zu ermöglichen. Dabei werden die Formänderungen elementweise mit LAGRANGEschen sowie HERMITEschen Polynomen unterschiedlicher Ordnung approximiert und die numerische Integration erfolgt mit der LOBATTOschen oder der GAUSSschen Quadraturformel. Die Formänderungsenergie des Querschnitts wird in Abhängigkeit der durch die Ansatzfunktionen gegebenen Deformationsparameter an definierten Integrationspunkten bestimmt und die Formänderungsenergie des Elements mit entsprechenden Wichtungsfaktoren berechnet. Mit dieser numerischen Umsetzung können bei geometrisch nichtlinearem Trag- und Verformungsverhalten lokal auftretende physikalische Nichtlinearitäten auch bei sehr grober Diskretisierung wirklichkeitsnah erfasst werden.

Ein weiterer Schwerpunkt ist die Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes zwischen Teilelementen. Dazu werden Modelle entwickelt, mit denen sowohl kontinuierlich wirkende Verbundmechanismen als auch diskret wirkende Verbundmittel berücksichtigt werden können. Die Verbundwirkung wird separat durch die Formänderungsenergie des Haft- und Reibungsverbundes sowie der Verbundmittel erfasst.

Die erarbeiteten Modelle und Algorithmen werden in einem modular aufgebauten Programmpaket umgesetzt. Die Richtigkeit und die Leistungsfähigkeit des Programmpakets werden anhand von Vergleichen mit analytischen Lösungen und Versuchsnachrechnungen sowie mit einem komplexen Anwendungsbeispiel aufgezeigt.

Abstract

The *Energy Method with Integral Description of the Material Behaviour* (EIM) is an alternative approach based on a kinematic formulation. Using the principle of LAGRANGE of the minimum of the potential energy, an extremal problem is defined and a non-linear optimization problem is derived by methods of discretization.

The focus of this thesis is the application of the EIM for the non-linear analysis of reinforced concrete, pre-stressed and composite cross sections as well as elements. Existing models are used and extended to consider geometric and physical non-linearity, time dependent material behaviour, flexible bond and support conditions as well as changes to the cross sections and the system e.g. according construction stages.

The realistic description of the force-deformation behaviour of composite cross sections is an important aspect on the cross section side. Using multi-linear and non-linear stress-strain-relations, the behaviour of concrete under tension as well as the long-term behaviour of concrete and pre-stressed steel is taken into account.

The main part of this thesis is the extension of the cross section models for the non-linear analysis of beam structures. The structure is discretised in finite elements and the displacements are approximated by LAGRANGE- and HERMITE-polynomials of different orders. The strain energy of the cross section is calculated according the deformation parameters, which are dependent on the shape functions. The strain energy of the element is determined by the strain energy of the cross section using LOBATTO- or GAUSS-quadrature. With this numerical procedure, local limited physical non-linearities can be taking into account by the geometric non-linear analysis without a fine discretisation of the structure.

A key aspect on the element side is the consideration of flexible bond between two or more parts of a composite element. Therefore, models are developed, that simulate continuous and discrete bond at the composite joint by separately considering adhesion, friction and special connectors.

The prepared models and algorithms are implemented by a modular program system. By the comparison of analytical solutions, the recalculations of tests and a complex example of application the program system is verified and the power and efficiency is demonstrated.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur Massivbau I und der Professur Modellierung und Simulation - Konstruktion der Fakultät Bauingenieurwesen an der Bauhaus-Universität Weimar.

Für die wissenschaftliche Betreuung und Förderung sowie für viele wertvolle Hinweise und konstruktiv kritische Gespräche möchte ich mich bei meinem Mentor Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Erich Raue sehr herzlich bedanken.

Mein Dank gilt ebenso Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Werner und Herrn Prof. Dr.-Ing. Steffen Marx für die Übernahme der Koreferate.

Zudem möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Guido Morgenthal dafür bedanken, dass er mir nach der Neuausrichtung der Professur sehr viel Freiraum zur Fertigstellung der Arbeit eingeräumt hat.

Besonderer Dank gilt meinen damaligen Kollegen Dr.-Ing. Hans-Georg Timmler und Dr.-Ing. Holger Keitel für die Anregungen, Hinweise und vielen Diskussionen. Weiterhin möchte ich Sabine Woll für die redaktionelle Hilfe bei der Erstellung der Arbeit danken.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie und meinen Freunden für die stetige Unterstützung und das entgegengebrachte Verständnis.

Hendrik Schröter — Weimar, Mai 2014

Formelzeichen und Abkürzungen

Bezeichnungen, die nicht in der Liste aufgeführt sind, werden im laufenden Text erklärt.

Lateinische Buchstaben

A	Flächeninhalt
A	Differentialoperator
A_S	Differentialoperator der statischen Randbedingungen
b	Breite
C	Koeffizient
C_c	Kriechmaß des Betons
D	Elastizitätsoperator
DK	Dübelkennlinie
D_e	statischer Differentialoperator
D_k	kinematischer Differentialoperator
E	Elastizitätsmodul
E	finites Element
F	Faser
F	Kraft
Fe	Feder
Fu	Verbundfuge
f	Festigkeit
f_0	Vektor der äußeren Lasten
$f_{S,0}$	Vektor der Randlasten
G_f	Bruchenergie
IP	Integrationspunkt
i	Zählvariable
J_c	Kriechfunktion des Betons
K	Steifigkeit
k	Knoten
l	Länge
M	Biegemoment - diskret
m	Biegemoment - kontinuierlich
N	Normalkraft
n	Anzahl
P	Eckpunkt
P	Einzellasten
p	Lastfaktor
p	Linienlasten
Q	Querschnitt
QA	Querschnittsanteile
R	Rand
t	Zeit
S	Rand einer Struktur
S	Schicht
S_f	Rand mit vorgegebenen Randkräften
S_u	Rand mit vorgegebenen Randverschiebungen
S_0	Vektor des plastischen Widerstands
s	Relativverschiebungen
T	Schubkraft
TE	Teilelement
t_0	Betonalter bei Erstbelastung
t_k	Betonalter zum Betrachtungszeitpunkt
u	Vektor der Verschiebungen
u	Längsverschiebungen
u_S	Vektor der Randverschiebungen
V	Volumen einer Struktur
VM	Verbundmittel
v, w	Durchbiegungen
W_a	äußere Energie
W_i	innere Energie
W_S	Energie an der Oberfläche eines Randes
x,y,z	Koordinaten

Griechische Buchstaben

α	Drehwinkel des transformierten Koordinatensystems bezogen auf das Ausgangssystem
α	Wichtungsfaktor
β_{ct}	Völligkeitsbeiwert der Betondehnungsverteilung zwischen den Rissen
Δ	Differenz
ε	Dehnungen
ε_0	Dehnungen im Koordinatenursprung
ε^{cr}	Kriechdehnungen
ε^{el}	elastische Dehnungen
ε^{pl}	plastische Dehnungen
ε^{hy}	Dehnungsanteile aus Hydratation
ε^{s}	Schwinddehnung
ε_{cr}	Betondehnung bei Rissbildung
ε_{sr}^{l}	Betondehnung bei maximaler

	Betondruckfestigkeit
ε_{sr}^{I}	Stahldehnung unmittelbar vor der Rissbildung
ε_{sr}^{II}	Stahldehnung unmittelbar nach der Rissbildung
ζ, η	transformierte Koordinaten
κ	Krümmung
λ	Fließparameter
μ	Reibungsbeiwert
ξ	Verhältnis der Verbundfestigkeit von Betonstahl zu Spannstahl
Π_a	Potential der äußeren Einwirkungen
Π_i	Formänderungsenergie
Π_{tot}	Gesamtpotential
$\overline{\Pi}$	konjungiertes Potential
σ	Normalspannungen
$\overline{\sigma}$	vorhandene Spannungen
$\delta\sigma$	virtuelle Spannungen
σ_S	Vektor der Randspannungen
τ	Schubspannung
τ	Betonalter zu Intervallbeginn
Φ	Fließfunktion
φ	Verdrehungen
φ	Kriechzahl
ω	mechanischer Bewehrungsgrad

Häufig verwendete Indizes

$(..)^{*}$	verformt
$(..)^{(0)}$	Vordehnung bzw. Vorverformung
$(..)^{(0)}$	Vorspannung
$(..)_{ad}$	Haftverbund
$(..)_{c}$	Beton
$(..)_{c}$	Druck
$(..)^{cal}$	berechnet
$(..)^{dc}$	Dekompression
$(..)^{DK}$	Dübelkennlinie
$(..)_{dis}$	diskret
$(..)_{fr}$	Reibungsverbund
$(..)_{kon}$	kontinuierlich
$(..)^{(L)}$	Last
$(..)_{m}$	Mittelwert
$(..)_{num}$	numerisch
$(..)^{ok}$	Oberkante
$(..)^{(P)}$	Polynom
$(..)_{p}$	Spannstahl
$(..)^{Schw}$	Schwinden
$(..)_{s}$	Stahl
$(..)_{t}$	Zug
$(..)^{uk}$	Unterkante
$(..)^{(Z)}$	Zwang

1 Einleitung

1.1 Ausgangspunkt und Motivation

Die Kombination verschiedenartiger Materialien ist eine für den konstruktiven Ingenieurbau charakteristische Vorgehensweise, da so die spezifischen Eigenschaften der einzelnen Komponenten gezielt ausgenutzt werden können. Entsprechende Verbundkonstruktionen haben aus statischer und konstruktiver sowie aus herstellungstechnologischer und wirtschaftlicher Sicht Vorteile gegenüber Tragwerken des Stahl-, Massiv- und Holzbaus.
Sowohl im Traglastbereich als auch auf Gebrauchslastniveau ist die Berücksichtigung geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten sowie des zeitvarianten Materialverhaltens zur realitätsnahen numerischen Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens von Verbundelementen unabdingbar. Der Fortschritt der Rechentechnik und die parallel dazu verlaufende Erarbeitung leistungsfähigerer numerischer Methoden ermöglichen eine detailgenaue Abbildung nichtlinearer Phänomene. Für weitergehende Anforderungen in Forschung und Entwicklung stehen anspruchsvolle Programmsysteme zu Verfügung, die z.B. durch die Einbeziehung netzfreier Methoden und die Anwendung von Multiskalenmodellen charakterisiert sind. Entsprechende Finite-Element-Programme erfordern zahlreiche Eingangsparameter, die definiert oder durch Versuche zu bestimmen sind. Umfassende Kenntnisse der theoretischen Grundlagen zur Modellbildung und zur Ergebnisinterpretation sind bei der Anwendung derartiger Programme notwendig.
Dem praktisch tätigen Tragwerksplaner stehen einerseits einfache baustatische Berechnungsprogramme zur Verfügung, die dadurch gekennzeichnet sind, dass die lineare Schnittgrößenermittlung und die nichtlineare Bemessung getrennt durchgeführt werden. Andererseits werden auch in der Praxis leistungsfähige Softwarelösungen genutzt, die eine vollständig nichtlineare Berechnung und Bemessung ermöglichen. Auf der Grundlage der Kompatibilitätsbedingungen der Formänderungen, der Spannungs-Dehnungsbeziehungen und der Gleichgewichtsbedingungen werden Gleichungssysteme abgeleitet und iterativ unter Berücksichtigung der beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsentwicklung gelöst. Die Qualität des Ergebnisses kann anhand von Konvergenzkriterien beurteilt werden.
Alternativ zu dieser Vorgehensweise lassen sich Modelle aufstellen, die dadurch charakterisiert sind, dass aus Energieprinzipien direkt Extremalaufgaben abgeleitet und mit geeigneten Diskretisierungsverfahren in lineare oder nichtlineare Optimierungsaufgaben überführt werden
Die Anwendung der mathematischen Optimierung zur nichtlinearen Analyse von Stahlbetontragwerken ist Gegenstand intensiver Forschungsarbeit am Institut für konstruktiven Ingenieurbau der Bauhaus-Universität Weimar. Dabei wurden unter anderem die von *Čyras et al.* [27] entwickelten Modelle zur Analyse von Tragwerken mit starr-plastischem Materialverhalten aufgegriffen und weiterentwickelt. Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 524 „Werkstoffe und Konstruktionen für die Revitalisierung von Bauwerken" [110] entstanden Berechnungsmodelle auf der Grundlage statischer Formulierungen nach dem Prinzip von CASTIGLIANO, die in lineare und quadratische Optimierungsaufgaben überführt wurden. Weiterhin wurden Berechnungsmodelle basierend auf der kinematischen Formulierung nach dem Prinzip von LAGRANGE und der gemischten Formulierung als verallgemeinerte LAGRANGE-Aufgabe erstellt und entsprechende nichtlineare Optimierungsaufgaben abgeleitet.
In diesem Kontext entstanden zahlreiche Arbeiten, die verschiedene Problemkreise der nichtlinearen Tragwerksanalyse zum Gegenstand haben. Das Langzeittragverhalten von